

Domande

A026

MATEMATICA

Prova OR22_A026

La risposta corretta è sempre la [a]

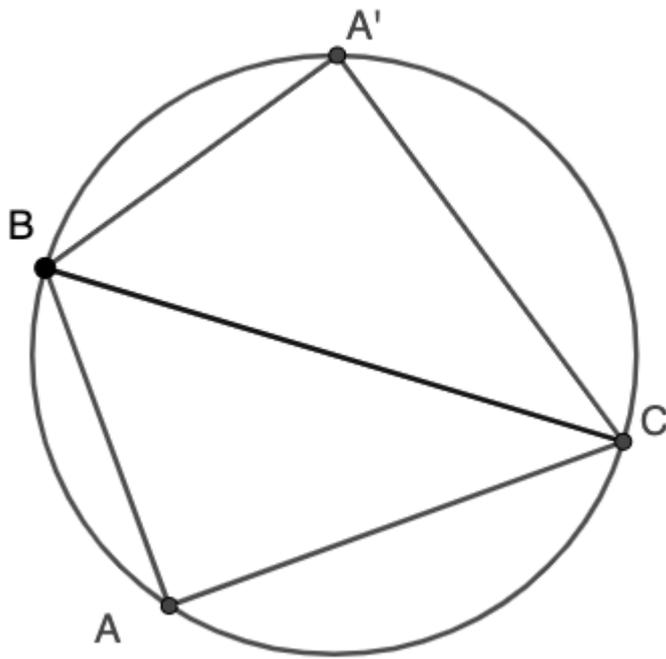
Quesito 1

Comunque assegnati due numeri naturali dispari a e b , con a maggiore o uguale a b , allora:

- [a] $a^2 + b^2$ non può mai essere un quadrato perfetto
 - [b] $\text{MCD}(a,b) = 1$
 - [c] $ab - 1$ è multiplo di 4
 - [d] il resto della divisione euclidea tra a e b è un numero pari
-

Quesito 2

Il raggio della circonferenza G circoscritta a un triangolo ABC è pari a 5 cm e il lato AB è lungo 6 cm. Sapendo che il punto A' , simmetrico di A rispetto al segmento BC , appartiene alla circonferenza G , l'area del quadrilatero $ABA'C$ è pari a:



- [a] 48 cm²
 - [b] 24 cm²
 - [c] 36 cm²
 - [d] 30 cm²
-

Quesito 3

Una sola delle seguenti affermazioni relative alla funzione di variabile reale $f(x) = (x+1)^3 e^{x+1}$ è falsa. Quale?

- [a] l'integrale tra -1 e 0 di $f(x)$ è maggiore o uguale a $e/2$
 - [b] il grafico di f ammette un asintoto orizzontale
 - [c] il grafico di f ammette un punto di flesso a tangente orizzontale
 - [d] il grafico attraversa il III quadrante
-

Quesito 4

Cecilia possiede due dadi indistinguibili con le facce numerate da 1 a 6. Uno dei due dadi è regolare, mentre l'altro è truccato; nel dado truccato, la probabilità che esca valore 1 è pari a $\frac{3}{8}$ mentre le rimanenti facce hanno ciascuna probabilità $\frac{1}{8}$. Qual è la probabilità che, lanciando uno dei due dadi a caso, si ottenga il valore 3?

- [a] $\frac{7}{48}$
 - [b] $\frac{5}{36}$
 - [c] $\frac{1}{8}$
 - [d] $\frac{15}{96}$
-

Quesito 5

Un solido è formato da un cubo di lato l sormontato da un cono circolare retto con la base inscritta nella faccia superiore del cubo. Quanto dovrà essere alto il cono, se si vuole che il suo volume sia pari al doppio del volume del cubo?

- a) $12 \pi l$
- b) $\frac{24}{\pi} l$
- c) $\frac{12}{\pi} l$
- d) $18 \pi l$

- [a] b)
 - [b] a)
 - [c] c)
 - [d] d)
-

Quesito 6

Alle ultime elezioni comunali lo schieramento A ha preso il 60% dei voti mentre lo schieramento B ne ha presi il 40%. Si sa che il 50% di coloro che hanno votato lo schieramento A è favorevole all'apertura del centro storico alle auto, mentre solo il 30% di coloro che hanno votato lo schieramento B è favorevole all'apertura del centro storico alle auto.

Se un elettore scelto a caso è favorevole all'apertura del centro storico alle auto, qual è la probabilità che abbia votato lo schieramento B?

- [a] $\frac{2}{7}$

[b] 6/19

[c] 3/5

[d] 9/19

Quesito 7

Si consideri l'espressione $p(n) = 6^n - 1$, con n numero naturale maggiore o uguale a 1. Quale delle seguenti affermazioni è falsa?

[a] $p(n)$ è divisibile per 5 ma non può mai essere divisibile per 25

[b] $p(n)$ è un numero primo solo per $n = 1$

[c] si può dimostrare per induzione che $p(n)$ è divisibile per 5

[d] si può dimostrare mediante l'uso delle congruenze che $p(n)$ è divisibile per 5

Quesito 8

Si consideri la funzione $g(x) = \frac{1}{1-x}$, avente per dominio il sottoinsieme della retta reale in cui tale espressione è definita. L'insieme di definizione della funzione composta $g \circ g \circ g$ è:

a) $(0,2)$

b) $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$

c) $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$

d) $(-\infty, 0) \cup (0,1) \cup (1, +\infty)$

[a] d)

[b] a)

[c] b)

[d] c)

Quesito 9

In quale dei seguenti sottoinsiemi di \mathbb{R} la funzione

$$F(x) = \int_2^x e^{\frac{1}{t}} dt$$

è continua?

- a) $(0, +\infty)$
- b) $\mathbb{R} \setminus \{0\}$
- c) $(-\infty, 0)$
- d) $\mathbb{R} \setminus \{2\}$

[a] a)

[b] b)

[c] c)

[d] d)

Quesito 10

Per quali valori del parametro reale $a \in \mathbb{R}$ la funzione

$$f(x) = \frac{1}{(x^3 + x^2)^a}$$

è integrabile su $(0, +\infty)$?

[a] a strettamente compreso tra $1/3$ e $1/2$

[b] a minore di $1/3$

[c] a maggiore di $1/2$

[d] ogni valore reale di a

Quesito 11

Nello spazio vettoriale numerico reale di dimensione 3, sia assegnato il sottospazio vettoriale W di equazione $x + y + z = 0$. Quale dei seguenti sottoinsiemi è una base per W ?

[a] $\{(1,0,-1), (0,1,-1)\}$

[b] $\{(1,0,-1)\}$

[c] $\{(1,0,-1), (0,1,-1), (1,1,-2)\}$

[d] $\{(1,0,-1), (1,1,-1)\}$

Quesito 12

L'insieme delle soluzioni complesse dell'equazione $|z|^2 \cdot \bar{z} = i$ è:

[a] $\{-i\}$

[b] $\{-i, i\}$

[c] $\{i\}$

[d] l'insieme vuoto

Quesito 13

La serie di funzioni

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{n!}$$

converge alla funzione

[a] e^x , per ogni valore reale di x

[b] $\arctg(x)$, per ogni x nell'intervallo chiuso di estremi -1 e 1

[c] $\sin(x)$, per ogni x nell'intervallo chiuso di estremi -1 e 1

[d] $\cos(x)$, per ogni x nell'intervallo chiuso di estremi -1 e 1

Quesito 14

Sia $n \geq 2$ un numero naturale. Quale, tra le seguenti funzioni reali, è derivabile n volte ma non $(n + 1)$ volte nel punto $x = 0$?

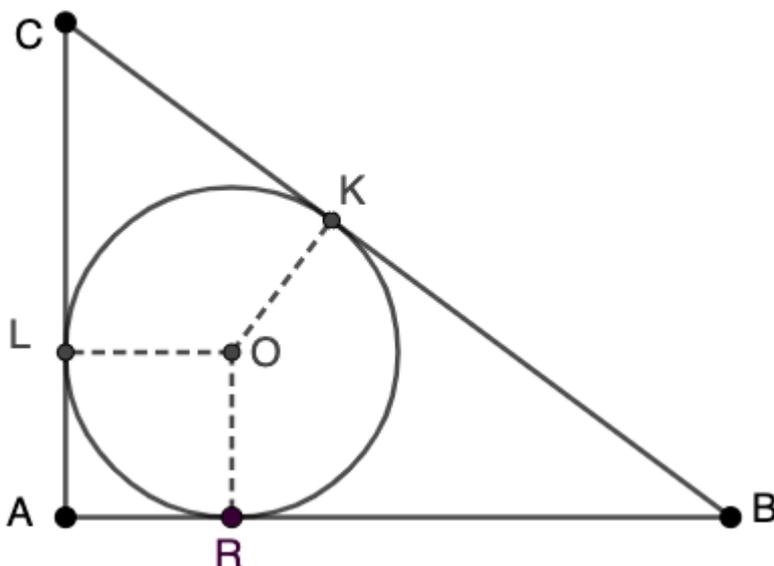
- a) $f(x) = \sqrt[n]{x^{n+1}}$
- b) $f(x) = x^n |x|$
- c) $f(x) = \text{sen}(|x|^n)$
- d) $f(x) = x^n e^{nx}$

- [a] b)
 - [b] a)
 - [c] c)
 - [d] d)
-

Quesito 15

Sia assegnato un triangolo rettangolo di vertici A , B , C e angolo retto in A , avente perimetro di 12 cm. Nel triangolo è inscritto un cerchio di raggio uguale a 1 cm. Indicato con R il punto di tangenza tra il cerchio e il lato AB , si verifica che il segmento RB misura 3 cm.

Indicato con K il punto di tangenza tra il cerchio e il lato BC , la lunghezza del segmento CK è



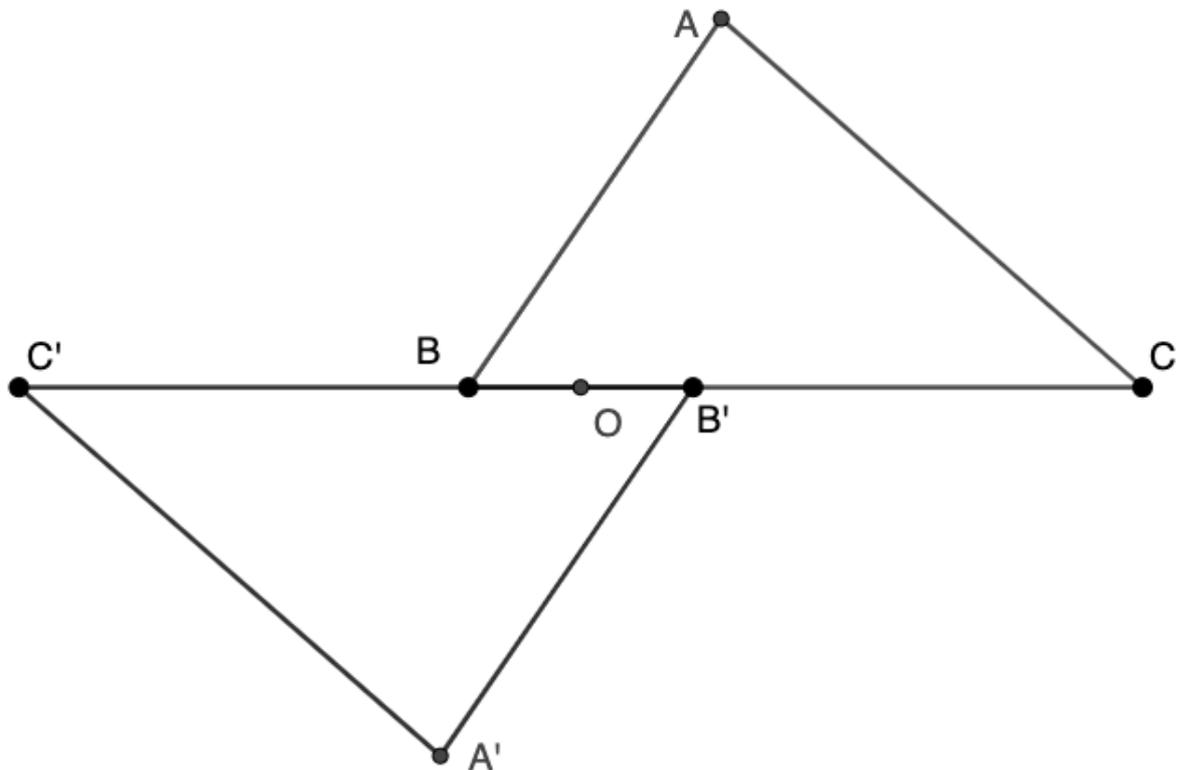
- [a] 2 cm
- [b] 3 cm
- [c] $(3/2)$ cm

[d] 4 cm

Quesito 16

In un triangolo di vertici A , B e C , il lato AB misura 4 m, il lato BC 6 m, il lato CA 5 m.

Sul lato BC si considera il punto O che dista 1 m da B . Siano A' , B' , C' i vertici del triangolo simmetrico di ABC rispetto a O (simmetria centrale). Il perimetro del poligono non convesso $ABC'A'B'C$ formato dal triangolo e dal suo simmetrico misura



[a] 26 m

[b] 24 m

[c] 28 m

[d] 30 m

Quesito 17

Il polinomio reale ottenuto derivando rispetto a x il polinomio

$$f(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5 + x^6 + x^7 + x^8$$

è uguale al risultato di quale delle seguenti divisioni?

a) $\frac{8x^9+9x^8+1}{x^2-2x+1}$

b) $\frac{8x^9-9x^8-1}{x^2-2x+1}$

c) $\frac{8x^9-9x^8+1}{x^2-2x+1}$

d) $\frac{8x^9+9x^8-1}{x^2-2x+1}$

[a] c)

[b] a)

[c] b)

[d] d)

Quesito 18

Siano n e k numeri naturali, con $k \leq n$. Si considerino le seguenti affermazioni relative a coefficienti binomiali:

a) $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$

b) $\binom{n+1}{k+1} = \binom{n}{k+1} + \binom{n}{k}$

c) $2^n = \sum_{k=1}^{n-1} \binom{n}{k}$

Quali tra tali affermazioni sono vere?

[a] tutte tranne c)

[b] tutte

[c] tutte tranne a)

[d] tutte tranne b)

Quesito 19

Nel piano cartesiano di coordinate (x, y) , si consideri l'affinità $f(x, y) = (x', y')$ di equazioni

$$\begin{cases} x' = 2x \\ y' = x + y \end{cases}$$

Si ricorda che una retta r è *unita* rispetto a f quando $f(r) \subseteq r$. Si considerino

- a) l'asse x
 - b) l'asse y
 - c) la bisettrice del I e del III quadrante
 - d) ogni retta del fascio di rette parallele alla bisettrice del I e del III quadrante
- Quali tra tali rette sono unite per f ?

- [a] tutte tranne a)
 - [b] tutte tranne b)
 - [c] tutte tranne c)
 - [d] tutte tranne d)
-

Quesito 20

Sia $k \in \mathbb{R}$. Nel piano cartesiano di coordinate (x, y) , si consideri l'equazione

$$kx^2 - 2xy + y^2 - 2kx + 2y + 1 = 0.$$

Le seguenti affermazioni sono relative a tale equazione:

- I) rappresenta una conica degenera se e solo se $k = 1$
- II) rappresenta un'ellisse se e solo se $k > 1$
- III) $\exists k \in \mathbb{R}$ per cui rappresenta una coppia di rette distinte
- IV) $\nexists k \in \mathbb{R}$ per cui rappresenta una parabola

Sono vere:

- [a] la I), la II) e la IV)
 - [b] tutte
 - [c] solo la II)
 - [d] solo la I) e la IV)
-

Quesito 21

La successione $a_n = \log_2(4^n - 2^n)$ (per n naturale >1)

- [a] diverge positivamente
 - [b] converge a zero
 - [c] è indeterminata
 - [d] converge a 2
-

Quesito 22

Dati due numeri reali x, y con $x > y$, si sa che la loro media geometrica è 8 e quella aritmetica è 10. Allora $x-y$ risulta essere:

- [a] 12
 - [b] 2
 - [c] 10
 - [d] 16
-

Quesito 23

Con quanti zeri termina $1000!$?

- [a] 249
 - [b] 200
 - [c] 500
 - [d] 220
-

Quesito 24

Sono assegnati due esagoni regolari di cui uno avente area doppia rispetto all'altro. Sapendo che il lato dell'esagono avente area maggiore è pari a 4, allora il

lato dell'esagono avente area minore è pari a:

- [a] il prodotto di 2 per la radice quadrata di 2
 - [b] 2
 - [c] la radice quadrata di 2
 - [d] l'inverso della radice quadrata di due
-

Quesito 25

Si consideri l'integrale $\int_0^1 \ln x$, ove con $\ln x$ si indica il logaritmo naturale di x . Quali delle seguenti affermazioni sono corrette?

- a) $\int_0^1 \ln x = -1$
- b) $\int_0^1 \ln x = -\int_{-\infty}^0 e^x dx$
- c) $\int_0^1 \ln x = -e$

- [a] tutte tranne c)
 - [b] solo b)
 - [c] tutte tranne a)
 - [d] solo c)
-

Quesito 26

Si considerino il sottoinsieme della retta reale $A = (0,1) \cup (1, 2]$ e la funzione $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$f(x) = \frac{x}{\ln x}$, ove con $\ln x$ si indica il logaritmo naturale di x . Dire quali delle seguenti affermazioni relative alla funzione f sono corrette:

- a) f non ha massimi o minimi interni
- b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{\ln x} = 0$
- c) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x}{\ln x} = -\infty$

- [a] tutte
- [b] tutte tranne a)
- [c] tutte tranne b)
- [d] tutte tranne c)

Quesito 27

Una sfera ha il volume di 10 dm^3 . Si considerano le seguenti lunghezze espresse in metri:

a) $\sqrt[3]{\frac{30}{4\pi}}$

b) $\sqrt[3]{\frac{0,3}{\pi}}$

c) $\sqrt[3]{\frac{3}{4\pi}}$

d) $\sqrt[3]{\frac{0,03}{4\pi}}$

Quale di esse risulta essere pari al raggio della sfera?

[a] d)

[b] b)

[c] c)

[d] a)

Quesito 28

Siano V e W sottospazi vettoriali propri dello spazio vettoriale reale \mathbb{R}^3 . Si considerino le seguenti affermazioni:

I) $\dim(V) + \dim(W) = 3$

II) $\dim(V \cap W) < 3$

III) $\dim(V + W) \leq 3$

IV) $\dim(V + W) - \dim(V \cap W) = \dim(V) + \dim(W)$

Quali tra queste affermazioni sono sicuramente vere?

[a] tutte tranne la I)

[b] solo la IV)

[c] tutte

[d] solo la II) e la III)

Quesito 29

Sia f una funzione derivabile definita nell'intervallo aperto reale $(0,1)$ e a valori reali. Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- [a] Se la derivata prima f' di f è limitata, anche f è limitata
 - [b] La derivata prima f' di f è limitata
 - [c] Se f è limitata, anche la derivata prima f' di f è limitata
 - [d] La funzione f è limitata
-

Quesito 30

Quali delle seguenti affermazioni è vera e può essere dimostrata, tramite il principio di induzione, per ogni numero naturale n maggiore o uguale a 4?

- [a] $7 + 11 + 15 + \dots + (4n+3) = 2n^2+5n$
 - [b] Ogni poligono convesso con n lati ha $d_n = (n^2+3n)/2$ diagonali
 - [c] La somma degli angoli di ogni poligono piano convesso di n lati è uguale a n angoli piatti
 - [d] $0 + 2 + 4 + 6 + \dots + (2n) = n^2 - n$
-

Quesito 31

Si consideri la successione definita per ricorrenza dalle posizioni: $a_1 = 1$, $a_n = 2a_{n-1} + 3$, per n naturale maggiore o uguale a 2. Quale delle seguenti affermazioni è corretta per ogni n naturale maggiore o uguale a 1?

- [a] $a_n = 2^{n+1} - 3$
 - [b] $a_n = 2^n - 1$
 - [c] $a_n = 2^{n+2} - 7$
 - [d] $a_n = 2^{n+1} - 3n$
-

Quesito 32

Un contenitore contiene 100 palline, di cui solo 11 rosse. Estrahendo a sorte 3 palline contemporaneamente, quale è la probabilità che siano tutte e tre rosse?

- [a] 1/980
 - [b] $11^3/100^3$
 - [c] 99/980
 - [d] 11/100
-

Quesito 33

Indicare la risposta corretta tra le seguenti affermazioni relative a $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \sin\left(\frac{5}{x}\right)$ nella retta reale euclidea.

- [a] il limite è 5
 - [b] il limite è 0
 - [c] il limite non è finito o non esiste
 - [d] il limite è 1/5
-

Quesito 34

In un linguaggio logico predicativo la formula $S(x)$ viene interpretata con la frase " x è uno studente", la formula $M(x)$ viene interpretata come " x è un maestro" e la formula $A(x, y)$ viene interpretata come " x ascolta y ". Con queste interpretazioni, quale dei seguenti predicati traduce in maniera corretta la frase del linguaggio naturale "*ci sono studenti che non ascoltano nessun maestro*"?

- a) $\exists x (S(x) \wedge \forall y (\neg M(y) \vee \neg A(x, y)))$
- b) $\exists x (S(x) \wedge \forall y (M(y) \wedge \neg A(x, y)))$
- c) $\exists x \forall y (S(x) \wedge (M(y) \wedge \neg A(x, y)))$
- d) $\exists x \forall y (S(x) \wedge (M(y) \vee \neg A(x, y)))$

- [a] a)
- [b] b)
- [c] c)

[d] d)

Quesito 35

Sia $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ una successione a valori reali. Quali tra le affermazioni seguenti equivalgono ad affermare che $\lim_{n \in \mathbb{N}} a_n = l \in \mathbb{R}$? In \mathbb{R} si consideri la topologia euclidea.

a) per ogni $\varepsilon > 0$ reale, definitivamente in n , si ha $|a_n - l| \leq \varepsilon$

b) per ogni $\varepsilon \geq 0$ reale, definitivamente in n , si ha $|a_n - l| < \varepsilon$

c) per ogni $\varepsilon > 0$ reale, definitivamente in n , si ha $|a_n - l| < \frac{\varepsilon}{2}$

d) per ogni $\varepsilon \in (0,1]$, definitivamente in n , si ha $|a_n - l| < \varepsilon$

[a] tutte tranne b)

[b] tutte tranne a)

[c] tutte tranne c)

[d] tutte tranne d)

Quesito 36

Sia k un numero reale. Si consideri l'insieme delle soluzioni reali del seguente sistema lineare a coefficienti reali nelle indeterminate x e y

$$\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ 2x + ky = k \end{cases}$$

Indicare quale risposta è corretta.

[a] L'insieme delle soluzioni è vuoto per un unico valore di k

[b] L'insieme delle soluzioni del sistema contiene almeno un elemento per ogni $k > 1$

[c] L'insieme delle soluzioni del sistema contiene infiniti elementi per ogni $k > 1$

[d] L'insieme delle soluzioni del sistema è vuoto per ogni valore di k

Quesito 37

Nello spazio tridimensionale euclideo, si considerino tre punti non allineati A , B , C . Il luogo dei punti equidistanti da A , B e C è

- [a] una retta
 - [b] un ellissoide
 - [c] un piano
 - [d] un punto
-

Quesito 38

Nel piano cartesiano di coordinate (x, y) , si considerino due punti distinti A e B . Si consideri il luogo geometrico C dei punti del piano per i quali il rapporto tra la distanza da A e la distanza da B sia uguale a 3. Il luogo C è

- [a] una circonferenza
 - [b] una lemniscata
 - [c] una iperbole
 - [d] una ellisse in cui l'asse maggiore è il triplo dell'asse minore
-

Quesito 39

Nel piano cartesiano di coordinate (x, y) , si consideri la retta r passante l'origine e per $P(2,1)$. La retta s parallela a r e passante per $A(5,6)$ ha equazione cartesiana

- [a] $x - 2y + 7 = 0$
 - [b] $2x - y - 4 = 0$
 - [c] $2x + y - 16 = 0$
 - [d] $x + 2y - 17 = 0$
-

Quesito 40

Nel piano cartesiano di coordinate (x, y) , si consideri l'affinità del piano in se stesso definita da $f(x, y) = (2x, 5y)$ per ogni (x, y) .

Sia C il cerchio di equazione $x^2+y^2=1$. Quale delle seguenti equazioni descrive l'immagine di C rispetto all'affinità f ?

[a] $(1/4)x^2 + (1/25)y^2 = 1$

[b] $4x^2 + 25y^2 = 1$

[c] $2x^2 + 5y^2 = 1$

[d] $(1/2)x^2 + (1/5)y^2 = 1$

Quesito 41

Content Comprehension

UN scientists have revealed a plan that they believe can limit the causes of dangerous climate change. The UN's Intergovernmental Panel on Climate Change (IPCC) has now published its guidance on what the world can do to avoid an extremely dangerous future. They say in their report that there must be "rapid, deep and immediate" reductions in carbon dioxide (CO₂) emissions. Global emissions of CO₂ would need to reach the highest point and start decreasing within three years to avoid the worst impacts. Even then, the world would also need technology to draw CO₂ from the skies by mid-century. (Adapted from *BBC News*, 4 April 2022)

According to the UN body,

[a] it would be necessary to start cutting CO₂ emissions within three years.

[b] it would be necessary to absorb CO₂ from the skies within three years.

[c] global emissions should be reaching their highest point by mid-century.

[d] global emissions should reach an acceptable point in three years.

Quesito 42

Lexis in context

A 100-year-old woman is taking IT classes in an attempt to understand technology, as she did not have a chance to familiarize with it when she was a primary school teacher. Margaret Griffiths, from Ynyshir, Rhondda, said she joined the weekly classes to keep her mind active and "move with the times." She said she made a promise to herself to learn something new every day. "I spent my life in the world of education, and I am still learning to this day. I have never stopped," she said. (Adapted from *BBC News*, April 5 2022)

"move with the times" in this context means

- [a] learn and keep up to date
 - [b] familiarize with education
 - [c] move on without stopping
 - [d] make an effort to move
-

Quesito 43

Content Comprehension

Latin teaching in many schools is based on 1950s models and a fresh approach would attract more state-educated pupils. There seems to be a clear separation in the teaching of Latin in England, according to the British Council - with GCSE Latin offered by about 65% of independent schools, and only 9% of state schools. A four-million-pound programme to introduce Latin in about 40 state schools in England - announced last year by former education secretary Gavin Williamson - is due to start in September. (Adapted from *BBC News*, 7 April 2022)

The teaching of Latin in England

- [a] has developed mainly in independent schools.
- [b] has developed extensively but mostly in state schools.
- [c] is rather limited in state and independent schools alike.
- [d] will soon be introduced in independent schools.

Quesito 44

Grammar

The trip was disastrous. If only we _____ to stay at home!

- [a] had decided
 - [b] decided
 - [c] would decide
 - [d] didn't decide
-

Quesito 45

Lexis

You will have to work _____ if you want to be successful with your Chinese classes

- [a] hard
 - [b] hardly
 - [c] much time
 - [d] strictly
-

Quesito 46

Quale tra questi componenti NON si trova all'interno di un computer:

- [a] plotter
 - [b] scheda madre
 - [c] RAM
 - [d] hard disk
-

Quesito 47

In una rete LAN, le singole postazioni informatiche sono interconnesse tra loro per soddisfare le esigenze degli utenti, quale tra queste non ne fa parte?

- [a] Sfruttare il gruppo di continuità di una postazione remota
 - [b] Condividere software e applicazioni
 - [c] Consultare archivi comuni
 - [d] Scambiare dati tra le varie postazioni
-

Quesito 48

Quale dei seguenti strumenti di comunicazione mediata dal computer (CMC) è considerato uno strumento di comunicazione asincrona?

- [a] Forum
 - [b] Chat
 - [c] Video conferencing (es. Zoom, Skype ecc.)
 - [d] Instant Messaging (IM)
-

Quesito 49

Per impostare una attività didattica di recupero secondo la metodologia della Flipped Classroom quali delle seguenti piattaforme può essere utilizzata nella fase di lavoro autonomo, sfruttando i materiali didattici efficaci ed esemplificativi presenti online?

- [a] Khan Academy
- [b] Google Classroom

[c] Microsoft 365

[d] Audacity

Quesito 50

Nell'azione #14 del PNSD si afferma che il digitale è...

[a] una Foundational Literacy (nuova alfabetizzazione di base) e un veicolo cruciale per lo sviluppo delle Competencies e Qualities (Competenze e Attitudini)

[b] una competenza specialistica che i docenti devono acquisire e consolidare in linea con il modello DigComp

[c] una competenza opzionale per studenti e personale docente

[d] un'attitudine specialistica che i docenti devono acquisire e consolidare in linea con il modello DigComp
